

ARQUIPÉLAGO

Filosófico

FILOSOFIA DA MATEMÁTICA

Tamires Dal Magro, Uma caricatura do formalismo: as críticas de Lakatos a Hilbert



Arquipélago

05 Mai 2026 — 6 min read



Tamires Dal Magro

Tamires Dal Magro é doutora em filosofia pela UNICAMP e professora da UFPI

A recepção filosófica de *Provas e refutações*, de Imre Lakatos, propagou uma imagem influente segundo a qual o formalismo — frequentemente associado ao programa de David Hilbert — teria reduzido a matemática a um cálculo simbólico desprovido de conteúdo, incapaz de explicar seu desenvolvimento efetivo. Lakatos formula essa crítica de modo incisivo ao recusar a concepção de matemática como um sistema dedutivo fechado, insistindo que tal concepção “elimina a história da matemática” e obscurece o caráter dinâmico, falível e revisável da investigação (Lakatos, 1978). Embora profundamente fecunda, essa crítica repousa sobre uma caracterização inflacionada do formalismo, sobretudo no que diz respeito ao projeto hilbertiano. Mais precisamente, Lakatos projeta em Hilbert um formalismo reducionista, segundo o qual a matemática se esgotaria na manipulação de símbolos, o que não corresponde ao escopo efetivo do programa de fundamentação.

No caso de Hilbert, formalismo metodológico e fundacional podem ser vistos como indistinguíveis: a concepção de prova como derivação sintática e a formalização das teorias integram um mesmo projeto, cujo objetivo não é descrever a prática matemática, mas garantir sua confiabilidade. Esse projeto emerge no contexto da crise dos fundamentos, após o fracasso do logicismo de Gottlob Frege e Bertrand Russell, abalado pelo paradoxo de Russell, e em oposição ao intuicionismo de L. E. J. Brouwer e Hermann Weyl. Este último propunha restringir a matemática a construções mentais finitárias, excluindo os infinitos atuais e, com eles, grande parte da teoria dos conjuntos

desenvolvida por Georg Cantor. A reação de Hilbert é conhecida e contundente: como relata Constance Reid, ele acusava o intuicionismo de “cortar e mutilar a ciência” (Reid, 1970, p. 155), sintetizando sua posição na célebre máxima de que ninguém deveria ser expulso do “paraíso de Cantor”. O problema, portanto, não é o excesso de conteúdo matemático, mas a ausência de garantias quanto à sua consistência.

É nesse contexto que se deve compreender a ambição do programa hilbertiano. Ao afirmar que o objetivo de sua teoria “é estabelecer de uma vez por todas a certeza dos métodos matemáticos” (Hilbert, 1925/Benacerraf & Putnam, 1983), Hilbert não pretende oferecer uma ontologia da matemática nem uma descrição de sua prática, mas uma teoria normativa de sua justificação. A formalização das teorias e a análise metamatemática das provas têm a função de demonstrar que os procedimentos efetivamente utilizados pelos matemáticos não conduzem a contradições. A célebre indiferença semântica — exemplificada pela possibilidade de substituir termos como “ponto” e “reta” por “bleeps” e “bloops” — não deve, portanto, ser interpretada como uma negação do conteúdo matemático, mas como a afirmação de que a validade das inferências depende apenas de sua forma lógica. Trata-se de uma tese de invariância inferencial, não de inexistência de significado.

A história subsequente, marcada pelos teoremas de incompletude de Gödel, mostra que o programa de Hilbert, em sua forma mais ambiciosa, encontra limites internos: não é possível demonstrar a consistência de sistemas suficientemente ricos por meios finitos internos ao próprio sistema (Gödel, 1931). No entanto, essa limitação não invalida a abordagem formal como tal, mas apenas restringe seu alcance. A metamatemática permanece uma ferramenta central para a análise das teorias matemáticas, e muitos aspectos do projeto hilbertiano continuam filosoficamente relevantes. Esse ponto é crucial,

pois indica que a crise do formalismo não decorre primariamente da crítica lakatosiana, mas de resultados internos à lógica matemática (ver Sieg, 2013).

É nesse cenário que a proposta de Lakatos deve ser situada. Em *Provas e refutações*, ele oferece não apenas uma crítica, mas uma reconstrução alternativa da matemática, apresentada sob a forma de um diálogo ficcional centrado na fórmula de Euler para poliedros (Lakatos, 1978). O que esse diálogo revela é que a matemática não se desenvolve por dedução linear a partir de axiomas fixos, mas por um processo iterativo de conjecturas, contraexemplos e reformulações conceituais. Contraexemplos podem atuar de diferentes maneiras: como refutações globais, que invalidam diretamente uma conjectura; como refutações locais, que expõem ambiguidades nas definições; ou ainda como “monstros”, que desafiam as classificações conceituais estabelecidas. A resposta a esses desafios não consiste simplesmente em rejeitá-los, mas em ajustar as definições, seja excluindo certos casos (*monster-barring*), reinterpretando-os (*monster-adjusting*), ou explicitando pressupostos implícitos nas provas (*lemma incorporation*). Nesse processo, as definições deixam de ser fundamentos estáticos e tornam-se instrumentos heurísticos em constante transformação.

A força da análise de Lakatos reside em mostrar que a matemática é uma prática dinâmica, histórica e autocorretiva. No entanto, essa crítica atinge seu alvo apenas quando dirigida a uma concepção reducionista do formalismo — aquela que identifica a matemática com manipulação simbólica. De fato, posições próximas a esse formalismo reducionista podem ser encontradas em autores como Haskell Curry, que enfatiza a reconstrução da matemática em termos de sistemas formais (Curry, 1951), ou em leituras que privilegiam unilateralmente a dimensão sintática das linguagens formais, por vezes associadas à tradição inaugurada por Alfred Tarski (Tarski, 1956). Contudo,

não é essa a posição de Hilbert, cujo formalismo tem caráter metodológico e justificatório, não redutivo (ver Detlefsen, 1986, e Feferman, 1988).

A insuficiência da oposição traçada por Lakatos torna-se ainda mais evidente à luz da obra de Penelope Maddy. Em *Naturalism in mathematics* (1997), Maddy propõe uma forma robusta de naturalismo filosófico que visa reorientar profundamente a filosofia da matemática. Seu ponto de partida é a rejeição do que ela chama de “first philosophy”, isto é, a tentativa de fundamentar a matemática a partir de princípios filosóficos independentes. Em vez disso, a filosofia da matemática deve ser contínua à própria prática matemática, tomando como dados primários os métodos, critérios e julgamentos efetivamente empregados pelos matemáticos.

Essa postura implica uma mudança metodológica significativa. Em vez de perguntar “quais são os fundamentos últimos da matemática?”, Maddy pergunta “como os matemáticos justificam suas teorias?” A resposta revela um quadro muito mais complexo do que o sugerido pelo formalismo tradicional. A aceitação de axiomas — especialmente na teoria dos conjuntos — não depende apenas de sua consistência, mas de um conjunto de critérios interligados. Entre eles, destacam-se: a naturalidade dos princípios, sua capacidade de resolver problemas independentes, sua integração com teorias já estabelecidas e sua fecundidade na produção de novos resultados (Maddy, 1997).

A distinção entre justificações intrínsecas e extrínsecas, central em sua obra, é apenas o ponto de partida. Maddy mostra que, na prática, esses critérios frequentemente se entrelaçam, e que decisões matemáticas são tomadas em um contexto de avaliação global das teorias. A aceitação de axiomas de grandes cardinais, por exemplo, não se baseia em uma intuição imediata, mas

em seu papel estruturante na teoria dos conjuntos, em sua capacidade de gerar resultados profundos e em sua conexão com outros domínios matemáticos.

Mais ainda, Maddy defende que a matemática não é governada por um único padrão de racionalidade. Diferentes áreas podem adotar diferentes critérios de avaliação, e não há razão para exigir uniformidade. Esse pluralismo metodológico representa uma ruptura com o ideal fundacionista clássico, mas também evita a oposição radical de Lakatos ao formalismo. Em vez de rejeitar a análise formal, Maddy a reinsere em um quadro mais amplo, no qual aparece como uma ferramenta entre outras, útil para certos propósitos, mas insuficiente para captar a totalidade da prática matemática.

Isso fica mais claro em trabalhos posteriores, como *Second philosophy* (2007), em que Maddy radicaliza essa posição e defende que a filosofia deve abandonar completamente a pretensão de fornecer fundamentos externos à matemática. A matemática, assim como as ciências empíricas, deve ser compreendida a partir de dentro, com base em seus próprios critérios de sucesso. Essa abordagem permite integrar o legado formalista — especialmente no que diz respeito à análise estrutural das teorias — a uma concepção mais rica e realista da atividade matemática.

À luz dessas considerações, torna-se possível reformular o diagnóstico inicial. Lakatos não refuta o formalismo hilbertiano; ele refuta uma versão simplificada e ampliada do formalismo que não corresponde ao projeto original de Hilbert. Sua crítica permanece indispensável para revelar a dimensão heurística e histórica da matemática, mas perde precisão ao tratar o formalismo como uma teoria total da disciplina. Uma compreensão mais adequada exige distinguir diferentes níveis de análise: o nível da validade formal, o nível do desenvolvimento conceitual e o nível da prática matemática efetiva. Arriscamos dizer que é apenas na articulação dessas dimensões que se

pode fazer justiça à complexidade da matemática, superando a dicotomia entre formalismo e antiformalismo e reconhecendo o caráter plural e multifacetado da investigação matemática.

Referências

BENACERRAF, Paul; PUTNAM, Hilary (orgs.). *Philosophy of mathematics: selected readings*. 2. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1983. [[Internet Archive](#)], [[Amzn](#)]

CURRY, Haskell B. *Outlines of a formalist philosophy of mathematics*. Amsterdam: North-Holland, 1951. [[Internet Archive](#)], [[Amzn](#)]

DETLEFSEN, Michael. *Hilbert's program: an essay on mathematical instrumentalism*. Dordrecht: D. Reidel, 1986. [[Internet Archive](#)], [[Amzn](#)]

FEFERMAN, Solomon. “Hilbert's program relativized: proof-theoretical and foundational reductions”. *Journal of Symbolic Logic*, v. 53, n. 2, 1988, p. 364–384.

GÖDEL, Kurt. “Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I”. *Monatshefte für Mathematik und Physik*, v. 38, 1931, p. 173–198.

HILBERT, David. “Über das Unendliche”. 1925. In: BENACERRAF, Paul; PUTNAM, Hilary (orgs.). *Philosophy of mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1983. [[Internet Archive](#)], [[Amzn](#)]

LAKATOS, Imre. *Proofs and refutations*. Cambridge: Cambridge University Press, 1976. [[Internet Archive](#)], [[Amzn](#)] (Trad. port.: *Provas e refutações*. Rio de Janeiro: Zahar, 1978) [[Amzn](#)]

MADDY, Penelope. *Naturalism in mathematics*. Oxford: Oxford University Press, 1997. [[Internet Archive](#)], [[Amzn](#)]

MADDY, Penelope. *Second philosophy: a naturalistic method*. Oxford: Oxford University Press, 2007. [[Amzn](#)]

REID, Constance. *Hilbert*. New York: Springer, 1970. [[Internet Archive](#)], [[Amzn](#)]

SIEG, Wilfried. *Hilbert's programs and beyond*. Oxford: Oxford University Press, 2013. [[Amzn](#)]

TARSKI, Alfred. *Logic, semantics, metamathematics: papers from 1923 to 1938*. 2. ed. Indianapolis: Hackett, 1983 [1956]. [[Internet Archive](#)], [[Amzn](#)]

Arquipélago Filosófico, Vol. 2, No. 13 (2026), e-013

ISSN 3086-1136

Artigo: Uma caricatura do formalismo: as críticas de Lakatos a Hilbert

Autor(es): Tamires Dal Magro

Data: 05 Mai 2026

Volume: 2

Número: 13

Páginas: e-013

ISSN: 3086-1136

```
@article{tamires-dal-magro-uma-caricatura-do-formalismo-as-criticas-de-lakatos-a-hilbert,  
  author = {Tamires Dal Magro},  
  title = {Uma caricatura do formalismo: as críticas de Lakatos a Hilbert},  
  year = {2026},  
  month = {Mai},  
  journal = {Arquipélago Filosófico},  
  volume = {2},  
  number = {13},  
  pages = {e-013},  
  issn = {3086-1136},  
  url = {https://arquipelago.fi/tamires-dal-magro-uma-caricatura-do-formalismo-as-criticas-de-lakatos-a-hilbert/}  
}
```